Solucionario del Examen ORDINARIO

El presente documento se debe tomar como una ayuda a los correctores y para concretar de la forma más uniforme posible los criterios específicos de corrección. No es un documento docente que pretenda enseñar a nadie a resolver los problemas, con lo que en ocasiones faltarán detalles en las explicaciones y pasos matemáticos en los desarrollos que según el caso pueden ser exigibles en los exámenes de los alumnos para llegar a la máxima puntuación. En algunos casos puede haber otras maneras distintas y válidas de resolver los problemas. Los correctores adaptaran la filosofía de estos criterios específicos a esos casos cuando sean leves variantes. En los casos en que las diferencias sean notables lo comunicarán al coordinador y a los demás correctores durante las sesiones de evaluación de manera que pueda unificarse también la baremación de esas otras alternativas. En la mayoría de los casos se valora conocer (o deducir) la expresión matemática necesaria, por un lado, y el valor numérico final por otro. En ningún caso se invalidará todo un apartado sólo porque el valor numérico final no coincida con el dado aquí como solución, aunque estén dados en negrita como referencia.

Sección 1: Problemas (elegir 2). Puntuación máxima 3 puntos cada uno.

1. Una onda armónica se propaga por el espacio a una velocidad de 350 m/s, y viene descrita por la siguiente función de onda: $y(x,t)=5\cdot sen(k\cdot x-10\pi\cdot t+\phi)$, todo en el sistema internacional. Sabiendo que $y(0,0)=2.5$ m y que la velocidad de oscilación en (0,0) es negativa determina, justificadamente, lo siguiente:
    a) Valores del número de ondas y del desfase inicial
    b) Valor numérico de la velocidad de oscilación en (0,0) y velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del espacio (x).
    c) Aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera (x), y diferencia de fase (expresada en grados) para un punto cualquiera entre dos instantes de tiempo separados 0.025 segundos.

Apartado (a)	Puntos
Evaluando la onda en los puntos dados:	
$y(0,0)=5\cdot sen(\phi)=2.5 \rightarrow \phi=arcsen(0.5)=\pi/6$ o bien $5\pi/6$ (30º ó 150º)	0.25
$v_y(0,0)=dy/dt\ (0,0)=-50\pi\cdot cos(\phi)<0 \rightarrow cos\ \phi>0$.	
(damos 0.25 por considerar los 2 posibles valores de desfase)	0.25
Como $cos(5\pi/6)<0$ y $cos(\pi/6)>0$ **el desfase es $\pi/6$ (30º)**	0.25
La velocidad de propagación es $v_p=\omega/k \rightarrow k=\omega/v_p=10\pi/350=$**0.089 m^{-1}**	0.25

Apartado (b)	Puntos
Como la velocidad de oscilación era $v_y(0,0)=-50\pi\cdot cos(\phi)$ evaluando con el desfase sale $v(0,0)=$**-136 m/s** *Recordad que como no se propagan los fallos en la corrección, si un alumno emplea la fórmula adecuada pero introduce en ella un valor de desfase diferente al correcto se le da por buena esta respuesta aunque el valor de velocidad no sea este.* *La velocidad es negativa, si algún alumno omite el signo → error leve*	0.5
La velocidad máxima de oscilación de un punto es $v_O=A\omega \rightarrow v_{max}=5\cdot 10\pi=$**157.1 m/s**	0.5

Apartado (c)	Puntos
La aceleración es $a=-500\pi^2\cdot sen(k\cdot x-10\pi\cdot t+\phi)$,	0.25
El valor máximo → $a_{max}=500\pi^2=$**4934.8 m/s²**	0.25
La fase es el argumento de la función trigonométrica: $k\cdot x-10\pi\cdot t+\phi$	0.25
La diferencia entre 2 momentos determinados será $\Delta\phi=-10\pi\cdot\Delta t=$**-0.7854 rad =-45º**	0.25
No descontamos aquí nada si se toma el incremento al revés y sale cambiado de signo el resultado.	

2. Nos encontramos en una nave espacial de 50000 kg sobre la superficie de Mercurio. Sabemos que el radio de este planeta es 2440 km y su masa $3.3 \cdot 10^{23}$ kg.
   a) Determina el valor de la gravedad en la superficie de Mercurio y el peso que tendrá allí la nave.
   b) Deduce la expresión de la velocidad que necesita la nave para abandonar el planeta y calcula su valor para este caso.
   c) Suponiendo que cuando se encuentre a una altura de 9 veces el radio de Mercurio su velocidad sea 1 km/s, determina a qué altura (en km) se parará antes de volver a caer sobre Mercurio.

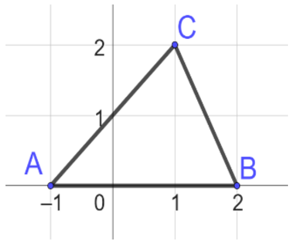
Datos: $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

Apartado (a)	Puntos
Igualando la fuerza gravitatoria en la superficie del planeta a masa por aceleración de gravedad... $F = G\frac{M \cdot m}{d^2} = mg \rightarrow g = G\frac{M}{R^2}$ *(con dar la fórmula concedemos el 0.25)*	0.25
Sustituyendo: **$g=3.69$ m/s²**	0.25
El peso de la nave es la fuerza con que la gravedad lo atrae F=mg	0.25
Sustituyendo P=50000·3.69=**184500 N**	0.25

Apartado (b)	Puntos
La velocidad necesaria para abandonar el planeta es la velocidad de escape, que es la que proporciona al cuerpo una energía cinética tal que la mecánica total sea nula: *(Identifica el concepto de vel. escape)* $E= -GMm/R + mv_e^2/2=0$. Despejando $v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot GM}{R}}$ *Como se pide "deducir" si solo se pone la expresión final no damos aquí nada.*	0.25 0.5
Sustituyendo valores se obtiene v =4247.5 m/s. *Si solo pone la formula y el resultado final tendría este 0.25.*	0.25

Apartado (c)	Puntos
En su movimiento, la energía mecánica se mantiene constante. Como los datos se refieren a altura la distancia al centro del planeta es R+h. $E_p=-GMm/(R+h)$ $E_c=mv^2/2$, donde M es la masa de Mercurio y m la de la nave.	0.25
Evaluamos en el punto inicial $E_o=-G \cdot M \cdot m /(9R+R)+m \cdot 1000^2/2= -4.5 \cdot 10^{10} + 2.5 \cdot 10^{10} =-2 \cdot 10^{10}$ J. En el punto mas alto su velocidad es cero y solo tiene Energía potencial $E_f=-G \cdot M \cdot m /(R+h_f)$	0.25 0.25
Igualando $h' = \frac{-GMm}{-2 \cdot 10^{10}} - R = \mathbf{52587.5}\ \boldsymbol{km}$, (que corresponde a una distancia al centro de Mercurio de 55027.5 km) *(*) Si algún alumno toma los datos de "altura" como distancias al centro del planeta los resultados serán algo diferentes, pero si las fórmulas y razonamiento son correctos le damos toda la puntuación y contamos 1 error leve.*	0.25

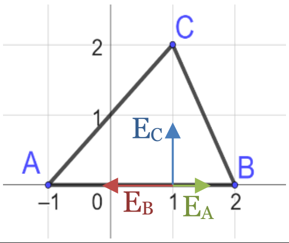
3. Tres cargas: A, B y C se colocan en los puntos (-1,0), (2,0) y (1,2) respectivamente como se muestra en el esquema (coordenadas en metros). Las cargas A y B valen 2μC, y sabemos que el potencial en el punto (0,1) es 1685.9 V.
    a) Determina el valor de la carga C
    b) Trabajo necesario para mover una carga de 5μC desde el punto (0,1) hasta (1,0). Interpreta el signo del trabajo obtenido.
    c) Determina el valor del vector campo eléctrico en este último punto (1,0) debido a las cargas A, B y C



Datos: $K=9\cdot10^{9}$ Nm^2/C^2

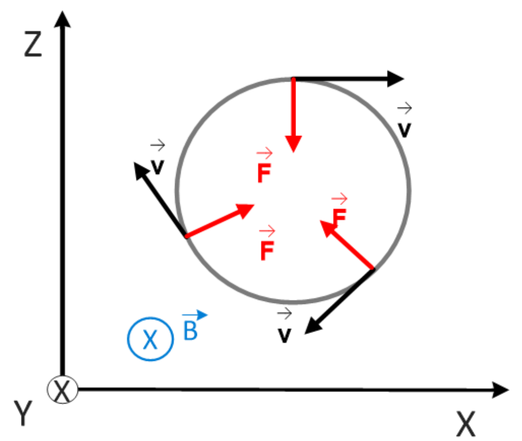
Apartado (a)	Puntos
El potencial que crea una carga Q en un punto a distancia r de ella es V=KQ/r	0.25
El potencial en (0,1) es la suma del creado por cada carga: $V=KQ_A/r_A+ KQ_B/r_B+ KQ_C/r_C$	0.25
Por ejemplo, usando el teorema de Pitágoras obtenemos las distancias $r_A=\sqrt{2}=r_C$; $r_B=\sqrt{5}$	0.25
Sustituyendo valores: $1685.9=9\cdot10^{9}\cdot(2\cdot10^{-6}/\sqrt{2}+2\cdot10^{-6}/\sqrt{5}+Q_C/\sqrt{2})$ Despejamos $\mathbf{Q_C=-3\cdot10^{-6}}$ **C**	0.25

Apartado (b)	Puntos
El trabajo es $W=-\Delta E_p=q(V_{ini}-V_{fin})$	0.25
En (0,1) el potencial se da como dato: 1685.9 V En (1,0) hay que calcular el potencial con la misma formula de (a) pero con distancias diferentes: $V_{fin}=KQ_A/r'_A+ KQ_B/r'_B+ KQ_C/r'_C$ $\qquad$ $r'_A=2$; $r_B=1$; $r_C=2$	0.25
Sustituyendo $V_{fin}=13500$ V Por tanto $W=-\Delta E_p=5\cdot10^{-6}\cdot(1685.9-13500)=-0.059$ J	0.25
W<0 significa que el trabajo **se realiza externamente** ya que la carga aumenta su energia potencial al ser desplazada.	0.25

Apartado (c)	Puntos
El campo creado por cada carga es $E=K\frac{Q_i}{r_i^2}$ en la dirección que une el punto con la carga.	0.25
Las distancias son las del apdo (b). Con ellas los módulos son $E_A=\frac{KQ_A}{r'^2_A}$ =**4500** N/C; $E_B=\frac{KQ_B}{r'^2_B}$ =**18000** N/C; $E_C=\frac{KQ_C}{r'^2_C}$= **6750** N/C;	0.5
Dotando a cada campo de su carácter vectorial resulta $E=[(E_A-E_B),E_C]$; $\vec{E}$ =**(-13500,6750) N/C**  	0.25

4. Un haz de electrones circula en la dirección horizontal (eje +X) dentro de un tubo de vacío con una velocidad de 10^6 m/s, y entra en una región donde aplicamos mediante un imán un campo magnético de 0.04 T en la dirección vertical (eje +Y).
   a) Escribe la expresión vectorial de la fuerza que aparece sobre los electrones en este caso, y describe cualitativamente en base a ella la trayectoria que seguirán incluyendo un esquema.
   b) Calcula los valores numéricos del radio y periodo del movimiento deduciendo las expresiones correspondientes.
   c) Queremos añadir un campo eléctrico que pueda mantener la trayectoria lineal original. Indicar en qué dirección y sentido tendríamos que aplicarlo y cuál debería ser su valor.

   Datos: $m_e=9.1\cdot10^{-31}$ kg; $q_e= -1.6\cdot10^{-19}$ C

Apartado (a)	Puntos
La fuerza que aparece sobre la carga es la fuerza de Lorentz: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$	0.25
 El producto vectorial de un vector en dirección +X con otro en +Y, da un vector en dirección +Z. Como la carga es negativa, sin embargo, **la dirección inicial de la fuerza magnética será -Z.** Al ser perpendicular a la velocidad, esta fuerza hace que la velocidad no cambie en módulo, sólo de dirección. Al hacerlo, hace también lo hace la fuerza, de manera que siempre son perpendiculares, dando lugar a una trayectoria circular como se ve en el esquema en 3 puntos de la trayectoria: el inicial (arriba) y dos más. El campo lleva la dirección +Y que está en este esquema perpendicular al papel y hacia adentro.	0.25 (dirección y sentido de F) 0.25 (trayectoria) 0.25 (esquema)

Colocamos aquí el eje Z en dirección vertical para representar mejor la trayectoria. Un esquema en perspectiva tambien sería válido, como es natural

Apartado (b)	Puntos
Igualando la fuerza de Lorentz a masa por aceleración centrípeta, se puede deducir el radio de la trayectoria circular $F=qvB=mv^2/R \rightarrow R=mv/qB$	0.25
Sustituyendo $R=1.42\cdot10^{-4}$ m	0.25
El periodo es el tiempo que le lleva dar una vuelta entera (perimetro de la circunferencia): $T=2\pi R/v=2\pi m/qB$	0.25
Sustituyendo resulta $T=8.93\cdot10^{-10}$	0.25

Apartado (c)	Puntos
Para mantener la dirección original invariable (que va según -Z) hace falta una fuerza de igual valor a la magnética y que vaya en sentido +Z	0.25
La fuerza eléctrica es F=qE $qvB=qE \rightarrow E=vB$	0.25 0.25
Sustituyendo valores resulta $\vec{E} = -40000\,\vec{k}$ *Si se especifica claramente la dirección y sentido del campo eléctrico en lo anterior no hace falta aquí*	0.25

dar la solución final en formato vectorial, sólo determinar el valor del módulo.	

Sección 2: Cuestiones (elegir 3). Puntuación máxima 1 punto cada una.

5. Si dispusieras de un cronómetro como único aparato de medida, ¿podrías determinar la masa de un objeto colgándolo de un muelle de constante elástica conocida (k) y dejándolo oscilar unas cuantas veces? En caso afirmativo explica cómo lo calcularías ¿Se obtendrían los mismos resultados en La Luna? Justifica tu respuesta.

Cuestión 5	Puntos
Partimos de una masa colgando de un muelle en equilibrio. Si lo sacamos de ese equilibrio la fuerza elástica (Hooke) es -k·x, donde k es la constante elástica del muelle y x lo que hemos estirado el muelle a partir de su posición ya estirada de equilibrio inicial. La ecuación del movimiento entonces es: -k·x=m·a → **a=-(k/m)·x=-ω²·x,** que es la ecuación de un movimiento armónico simple (MAS)	0.25
En este MAS, el periodo de oscilación es $T = {}^{2\pi}/_{\omega} = 2\pi\sqrt{m/k}$	0.25
Por tanto, si medimos T podemos despejar m dado que k es conocido $m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$	0.25
Ninguno de los parámetros depende de la gravedad, de modo que el resultado en la Luna sería el mismo	0.25

No es válido colgar la masa para medir el estiramiento del muelle y a partir de ahí sacar el peso (y con él la masa) usando la ley de Hooke, dado que se especifica en el enunciado que ***el único*** *aparato de medida es un cronómetro. En ese otro experimento sí habría dependencia con la gravedad…*

6. Un avión produce 150 dB a 1 m de distancia. ¿A qué distancia del avión el nivel de intensidad sonora se encuentra al máximo de lo que establece la ley, es decir 65 dB?

Cuestión 6	Puntos
El nivel de intensidad sonora se define como $L(dB)=10\cdot\log(I/I_0)$	0.25
En este caso L_1=150 dB de modo que $I_1=I_0\cdot10^{15}$ y para el caso L_2=65 dB será $I_2=I_0\cdot10^{6.5}$	0.25
Como en una onda esférica la intensidad cae con el cuadrado de la distancia $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$ *Tambien puede obtenerse a partir de igualar las potencias $P_1=P_2=I\cdot r^2$*	0.25
Por tanto $r_2 = r_1 \cdot \sqrt{{}^{I_1}/_{I_2}} = 1\cdot\sqrt{\frac{I_0\cdot10^{15}}{I_0\cdot10^{6.5}}} = 17.78\ km$	0.25

Nótese que no es necesario el valor de I_0 porque al simplificarse no aparece en la solución. En la reunion de coordinación se estableció hace un par de años que si el valor de una constante no aparece en la solución no se dará en el enunciado para no inducir al alumno a creer que la tiene que usar. No hay problema si algún alumno se la sabe y la usa para obtener valores intermedios de intensidad (que no se piden)

7. Al llegar a una superficie, una radiación arranca electrones con una velocidad de 10^5 m/s. Si dicha radiación tiene una longitud de onda λ=1.5 μm, calcular el trabajo de extracción y la frecuencia umbral del elemento.

Datos: $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J · s; c= $3\cdot10^8$ m·s^{-1} ; $m_e=9.11\cdot10^{-31}$Kg

Cuestión 7	Puntos
En el efecto fotoeléctrico la energía de la luz incidente se gasta en el trabajo de extracción y en la energía cinética que adquiere el electrón arrancado $E=W_0+E_c$ Usando la fórmula de Planck determinamos la energía incidente a partir de la longitud de onda $E=hc/\lambda=1.326\cdot10^{-19}$ J	0.25
La Energía cinética de los electrones es $E_c=mv^2/2=4.55\cdot10^{-21}$ J	0.25
Por tanto la diferencia entre ambas es el trabajo de extracción: $W=E-E_c=1.28\cdot10^{-19}$ J	0.25
Como E=hν a partir del W obtenemos la frecuencia umbral: $\nu_0=W/h=1.93\cdot10^{14}$ Hz	0.25

8. Un trozo de papel (producido a partir de materia vegetal antiguamente viva), extraído de los Manuscritos del Mar Muerto, tiene una actividad de 10.93 desintegraciones por minuto por gramo de Carbono. Calcula la edad de los Manuscritos sabiendo que la actividad radioactiva del carbono atmosférico (C-14) es 13.6 desintegraciones$\cdot$min$^{-1}\cdot$g^{-1}. Dato: Periodo de semidesintegración del C-14 = 5730 años

Cuestión 8	Puntos
La actividad viene dada por $A=A_0\cdot e^{-t/\tau}$, donde τ es la vida media	0.25
La vida media está relacionada con el tiempo de semidesintegración mediante $\tau=T_{1/2}/\ln(2)$ Por tanto, τ = 8266.6 años	0.25
Sustituyendo en la expresión inicial obtenemos el tiempo transcurrido entre que la actividad era 13.6 y cuando es 10.93: $10.93=13.6\ e^{-t/8266.6} \rightarrow t=-8266.6\cdot\ln(10.93/13.6)$ **t=1806 años**	0.25 0.25

Atención: al ser una función exponencial es muy sensible a los valores numéricos exactos. En función del número de decimales tomados o cómo se redondeen en la solución pueden fluctuar unos cuantos años arriba o abajo... No lo tenemos en cuenta para dar la máxima puntuación.

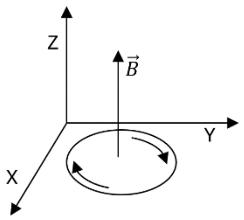
9. Dos esferas conductoras de radios 80cm y 40 cm, tienen una carga de 16 C cada una. Se colocan en el vacío y muy alejadas entre sí. Determina la carga final de cada una tras unirlas mediante un hilo conductor de capacidad despreciable

Cuestión 9	Puntos
Al poner en contacto las esferas, intercambiarán carga hasta igualar sus potenciales eléctricos	0.25
El potencial de una esfera viene dado por $V=KQ/R$	0.25
Igualamos los potenciales tras haber intercambiado una cantidad de carga q que pasa de 2 (r=0.4m) hacia 1 (r=0.8 m) ya que al tener más radio tendrá más capacidad (*) $K(q_1+q)/R_1= K(q_2-q)/R_2 \rightarrow 0.4(16+q)=0.8(16-q)$	0.25
Despejando resulta q=5.33 C $\rightarrow$ **Q_1'=21.33 C; Q_2'=10.66 C**	0.25

(*) No es imprescindible hacer este razonamiento, si se supone una transferencia de carga en sentido opuesto saldrá q<0 y el alumno interpretará que el intercambio es en el otro sentido. En ese caso la ecuación es ligeramente diferente pero el módulo de la cantidad intercambiada es la misma...

10. Una espira conductora circular descansa sobre el plano XY y está sometida a un campo magnético uniforme cuyo valor es $\vec{B}(t) = 0.014 \cdot t^2\ \vec{k}$, donde el campo y el tiempo están en unidades del S.I. Razona si aparecerá corriente en la espira (no hay que calcular su valor). En caso de producirse, explica su sentido y dibújalo en un esquema donde aparezca la dirección y sentido de $\vec{B}$.

Cuestión 10	Puntos
El flujo del campo magnético en este caso es $\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S}$. Como la espira está en el plano XY su vector $\vec{S}$ va en la dirección Z, es decir paralelo a $\vec{B}$ con lo que $\Phi = B\cdot S\cdot\cos(0) = BS$	0.25
S es constante, pero como B aumenta con el tiempo también lo hará el flujo, en consecuencia, aparecerá corriente inducida en la espira ya que $\varepsilon=-d\Phi/dt$	0.25
Para oponerse a la variación del flujo la corriente tendrá sentido horario visto desde arriba (Ley de Lenz)	0.25 0.25



Sección 3: Cuestiones experimentales (elegir una). Puntuación máxima 1 punto cada una.

11. El exoplaneta Kepler-442b es de momento el más parecido a la Tierra de todos los descubiertos. Si hiciésemos un experimento de medida del periodo de un péndulo de m=20 g para determinar su valor, contando el tiempo que tarda en oscilar 5 veces, obtendríamos los siguientes resultados cuando la longitud del péndulo es 30 cm:

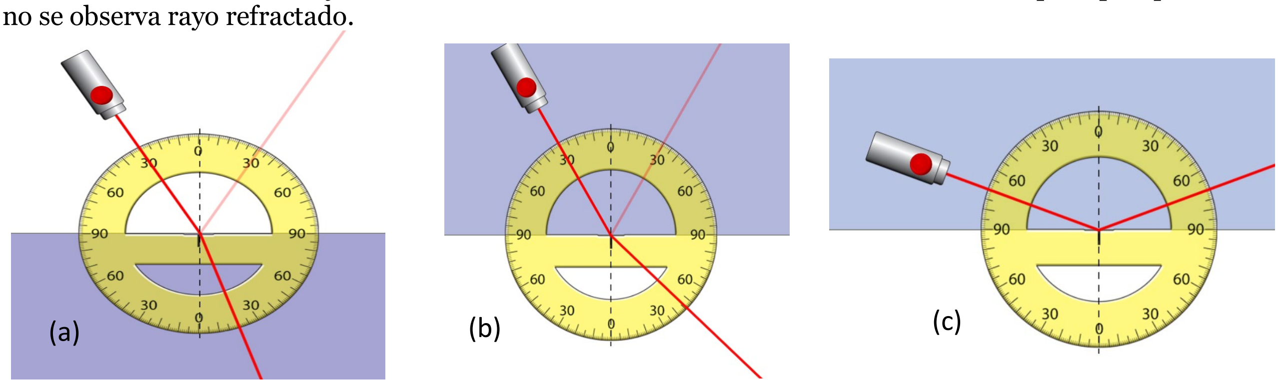
t_5 (s)	4.95	5.02	5.12	4.92	4.89	4.91

Explica el procedimiento para determinar el valor de la gravedad en la superficie del planeta y calcula su valor. ¿Qué valor habríamos obtenido con un péndulo que tuviera el doble de masa?

Cuestión 11	Puntos
Para oscilaciones pequeñas el péndulo desarrolla un movimiento armónico simple, cuyo periodo es $$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$	0.25
Por tanto, midiendo el periodo del movimiento (por ejemplo viendo el tiempo que tarda en dar 5 oscilaciones y dividiendo por 5 para tener mejor resolución), y sabiendo la longitud de la cuerda podemos deducir el valor de la gravedad en el planeta. $g=4\pi^2L/T^2$	0.25
El tiempo medio de nuestro experimento es 4.968 s y el periodo promedio $\overline{T}$ =0.993 s. Por tanto, usando la fórmula anterior **g=12 m/s²**	0.25
Al no depender el periodo de la masa del péndulo obtendríamos el mismo resultado con una masa doble.	0.25

Nota: Aunque no es matemáticamente correcto sacar con cada tiempo una gravedad, y luego hacer el promedio de los valores g individuales, si alguien lo hace lo damos por válido anotando sólo ***1 error leve****.*

12. En un experimento de las leyes de Snell la luz puede viajar por el aire (fondo blanco) o por un cristal desconocido (fondo oscuro). Extrae de los casos (a) y (b) los ángulos de incidencia y refracción, y determina justificadamente el índice de refracción del vidrio, justificando si es o no el mismo material en los dos casos. Explica por qué en el caso (c) no se observa rayo refractado.



Cuestión 12	Puntos
Las leyes de Snell establecen que el ángulo reflejado es igual al incidente, y el refractado cumple $n_1$sen(θ_{inc})= $n_2$sen(θ_{ref}). (*Con enunciar la 2º ley es suficiente para el 0.25*)	0.25
En el primer caso (a) θ_{inc}= 30º y θ_{ref}=20º; como n_1=1 (aire) → 1·sen(30)=n_2·sen(20)→ **n_2=1.4**	0.25

En el segundo caso el medio incidente es n_2; y θ_{inc}= 30º y θ_{ref}=45º $n_2 \cdot sen(30) = 1 \cdot sen(45) \rightarrow$ **n_2=1.4** Por tanto, se trata del mismo material. *Si se toman más decimales los valores no son exactamente iguales y podría deducirse que no son el mismo material. Se aceptan ambos razonamientos como perfectamente correctos.*	0.25
En el caso (c) no hay haz refractado porque la incidencia se da a 70º, un ángulo mayor que el ángulo crítico de reflexión total, que se da cuando el haz transmitido es justo 90º: $1.4 \cdot sen(\theta_{crit}) = 1 \cdot sen(90) \rightarrow \theta_{crit}$=45º	0.25