Pruebas de Acceso a Estudios Universitarios.

Bachillerato L. O. G. S. E.

Materia: MATEMÁTICAS II

La prueba consta de cuatro bloques con dos opciones cada uno. Debes contestar una única opción de cada bloque. Todas las opciones puntúan igual (2'5 puntos). Puedes usar cualquier tipo de calculadora.

PRIMER BLOQUE

A. Encuentra el punto de la gráfica de la función $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ en el que la pendiente de la recta tangente sea mínima.

B. Dada la función $f(x) = \dfrac{1}{\ln(x)}$, donde $\ln(x)$ es el logaritmo neperiano de x,

a) Determina su dominio y sus asíntotas.
b) Razona que la función es decreciente en su dominio.

SEGUNDO BLOQUE

A. Calcula la integral indefinida $\displaystyle\int \frac{2x^3 - 9x^2 + 9x + 6}{x^2 - 5x + 6}\, dx$

B. Halla una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = 8x^3 + 2x$, que cumpla que $F(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, y de forma que el área comprendida entre la gráfica de $F(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 1$ sea $\dfrac{41}{15}$.

TERCER BLOQUE

A. Determina, en función del parámetro $m \in \mathbb{R}$, el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} m & 2 & -1 & m-1 \\ 2 & 4 & m & m+2 \\ 3 & 6 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

B. Enuncia el Teorema de Rouché-Fröbenius. Sean A una matriz 3×3, B una matriz columna no nula de tamaño 3×1, O la matriz nula de tamaño 3×1, y consideremos los sistemas expresados en forma matricial $A \cdot X = B$ y $A \cdot X = O$.

a) Sabiendo que $A \cdot X = B$ es incompatible, clasifica el sistema $A \cdot X = O$.
b) Sabiendo que la matriz A tiene inversa, clasifica el sistema $A \cdot X = B$.

CUARTO BLOQUE

A. Dados los puntos $A(1, 0, 1)$, $B(2, 1, 0)$, $C(1, 1, a)$ con $a \in \mathbb{R}$

a) ¿Existe algún valor de a para el que los tres puntos estén alineados?
b) ¿Existe algún valor de a para el que el plano que contiene a los tres puntos A, B y C sea paralelo al plano $\pi \equiv 4x - 6y - 2z = 7$?

B. Dadas las rectas $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcr} x - 2y & = & 1 \\ y - z & = & -1 \end{array} \right.$ y $r' \equiv \left\{ \begin{array}{rcrcr} x = & a & - & s \\ y = & a & + & s \\ z = & & & s \end{array} \right.$, con $s \in \mathbb{R}$.

a) Estudia en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$ su posición relativa.
b) Para el valor del parámetro a que hace que r y r' se corten en un punto, halla el punto P de intersección entre ambas rectas, y las ecuaciones paramétricas de una recta s perpendicular a r y a r' que pase por dicho punto P.